

1. Мальчику Васе подарили конструктор, который состоял из квадратиков 2×2 и прямоугольников 1×4 . Он точно укладывался в прямоугольную коробочку. Вася по рассеянности потерял один квадратик. Бабушка пожалела Васю и пошла на базар, где купила элемент конструктора, но, по рассеянности, купила прямоугольник. Докажите, что теперь уложить конструктор в коробочку не удастся.

2. Автобус считается переполненным, если в нем находится более пятидесяти пассажиров. Два инспектора ГАИ остановили колонну автобусов. Инспектор Подберезовиков подсчитал процент переполненных автобусов, а инспектор Подосинович подсчитал процент пассажиров, едущих в переполненных автобусах. У кого процент больше?

3. Лежит кучка в 10 миллионов спичек. Двое играют в следующую игру. Ходят по очереди. За один ход играющий может взять из кучки любое число спичек вида 2^n (т. е. 1, 2, 4, 8, ...). Проигрывает не имеющий хода. Кто выиграет при правильной игре?

4. Можно ли расположить на плоскости стола несколько пятаков, чтобы каждый из них касался ровно трех других?

5. На плоскости даны семь прямых, никакие две из которых не параллельны. Доказать, что найдутся две из них такие, что угол между ними меньше 26° .

6. Доказать, что если целое $n > 2$, то $(n!)^2 > n^n$.

7. Числа a_1, a_2, \dots, a_{10} – перестановка чисел 1, 2, ..., 10. Докажите, что среди последних цифр чисел $a_1 + 1, a_2 + 2, \dots, a_{10} + 10$ есть по крайней мере две одинаковых.

8. Какое число больше: $\frac{2,00\dots04}{(1,00\dots04)^2 + 2,00\dots04}$ или $\frac{2,00\dots02}{(1,00\dots02)^2 + 2,00\dots02}$? (Во всех указанных числах после запятой сначала идут 100 нулей.)