

1. Можно ли составить три несократимые дроби, произведение которых равно 1, используя в качестве числителей и знаменателей этих дробей шесть чисел из набора $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$? (Каждое число можно использовать один раз или не использовать вовсе.)

2. Имеется 21 карточка с числами: 4 карточки с единицей, 2 карточки с двойкой, 7 карточек с тройкой и 8 – с четверкой. Костя сложил из двадцати карточек прямоугольник 4×5 . Известно, что суммы чисел во всех вертикальных рядах этого прямоугольника равны между собой, и суммы чисел во всех горизонтальных рядах тоже равны между собой. Какая карточка осталась у Кости? Не забудьте обосновать ответ.

3. У ослика Иа-Иа есть 100 палочек. Длина каждой палочки – 1 см или 3 см. Докажите, что, сломав не более одной палочки, Иа-Иа сможет из всех палочек сложить прямоугольник (ослик ломает палочку на две части).

4. Во дворе стоят 5 домов, в них живет 5, 15, 25, 35, 45 человек. Известно, что у каждого есть не менее двух тезок среди жителей двора. Докажите, что у кого-то есть тезка в своем доме.