

1. На острове, где живут 1000 человек, из которых некоторые рыцари, всегда говорящие правду, а некоторые – лжецы, которые всегда лгут, прошли выборы. В этих выборах участвовали 2 партии, причём каждый из островитян проголосовал за одну из них. На выходе с участков каждого островитянина спросили: за какую из партий он голосовал? На этот вопрос по крайней мере 800 островитян ответили: "За первую партию". Но на самом деле оказалось, что за вторую партию проголосовало 800 островитян. Докажите, что на этом острове не менее 600 лжецов.

2. Населённые пункты A, B, C, D, E, F делят кольцевую автодорогу на шесть равных участков. Дима и Оля едут по дороге с постоянными скоростями (не обязательно в одну сторону). Известно, что они встречались в пунктах C и D . Докажите, что когда-нибудь они встретятся в пункте A .

3. Точка P расположена внутри треугольника ABC так, что $BP > AP$ и $BP > CP$. Докажите, что $\angle ABC < 90^\circ$.

4. Вася выписал на доске 100 чисел меньших, чем сотое по счёту простое число. Докажите, что какое-то из выписанных чисел является делителем произведения остальных 99.

5. Квадрат 15×15 разбит на квадратики 1×1 . Из этих квадратиков выбрали несколько, и в каждом из выбранных провели одну или две диагонали. Оказалось, что никакие две проведенные диагонали не имеют общих концов. Какое наибольшее число диагоналей может быть проведено?