

XVI Зимняя Байкальская физико-математическая школа. Личная олимпиада по математике 20 декабря 2020 г.

1. Личная олимпиада по математике проходит с 10.00 до 13.00.
2. На каждом листе с решением в правом углу записывается шифр: Класс-дата рождения (Пример: 7-22-09-2007), фамилию и имя на листах с решением писать не нужно.
3. После выполнения работа фотографируется или сканируется, файл сохраняется под именем своего шифра (Пример: 7-22-09-2007, если файлов несколько, добавляется номер файла, 7-22-09-2007-1) и отправляется на электронную почту bfmsh@mail.ru.
4. Отправить решение необходимо не позднее 14:00, указав в теме письма фамилию, класс, школу, город. Пример: Иванов_7_школа 135_Иркутск
5. Работы, отправленные после 14:00, проверяться не будут.
6. Выполняя работу, нельзя прибегать к помощи других людей, в том числе решать задачи коллективно, публиковать или обсуждать решения олимпиады в Интернете до окончания срока отправки работ (14:00, 20 декабря 2020 г.). Работы, выполненные с нарушением этого правила, в конкурсном отборе не участвуют.
7. Решения следует писать разборчиво, чётко, подробно. Все утверждения, использованные в решениях, должны быть обоснованы. Если задача имеет несколько ответов, надо найти их все и доказать, что других ответов нет.

7-8 классы

1. Сколько существует среди чисел от 1 до 2020 таких, которые взаимно просты с числом 91? Два числа называются взаимно простыми, если у них нет общих делителей, кроме 1. Ответ надо обосновать.
2. Всегда ли из 2020 отрезков можно выбрать 3 таких, из которых можно сложить треугольник? (Треугольник можно составить из трёх отрезков, если каждый отрезок меньше суммы двух других). Ответ надо обосновать.
3. Существуют ли натуральные числа m и n такие, что выполняется равенство:
$$(m + 2019)(m + 2020) + (m + 2019)(m + 2021) + (m + 2020)(m + 2021) = n^2$$
? Ответ надо обосновать.
4. Натуральные числа x , y , z , t увеличили на 1, 2, 3 и 4 соответственно. На какую наибольшую величину могла измениться сумма $1/x + 1/y + 1/z + 1/t$? Ответ надо обосновать.
5. Вася хочет покрасить клетки квадрата 4×4 так, чтобы все доминошки 1×2 были раскрашены по-разному. Какое наименьшее количество цветов ему понадобится? Ответ надо обосновать.