

## 6 класс

1. Существуют ли такие натуральные числа  $a$  и  $b$ , что  $a$  делится на  $b$ ,  $a + 1$  делится на  $b + 1$ ,  $a + 2$  делится на  $b + 3$  и  $a + 3$  делится на  $b + 2$ ?
2. В группе школьников любые двое имеют ровно одного общего знакомого из этой группы. Может ли эта группа состоять из семи школьников?
3. Сумма семи натуральных чисел, не делящихся на 3, не делится на 3. Докажите, что сумма каких-то шести из них делится на 3.
4. В городе живут 2011 пар близнецов. Среди 4022 людей в этих парах ровно 1900 мужчин, а количество пар сестер ровно на 11 больше, чем количество пар сестра-брата. Сколько в этом городе пар братьев-близнецов?
5. Вася разрезал полоску, на которой было написано 36-значное число, и получил кусочки, на которых оказались написаны все целые числа от 2003 до 2011. Докажите, что исходное число не было простым.
6. Вирус пожирает память компьютера. За первую секунду он управился с половиной памяти, за вторую секунду с  $1/3$  оставшейся части. За третью секунду с  $1/4$  того, что еще сохранилось, за четвертую – с  $1/5$  остатка и т.д. После 33 с половиной минут вирус уничтожили. Какая часть памяти осталась цела?
7. На прямой расположено 4 точки  $A, B, C, D$ , причем именно в таком порядке. Оказалось, что сумма расстояний от  $A$  до  $B$  и  $D$  вдвое больше суммы расстояний от  $C$  до  $B$  и  $D$ . Докажите, что расстояние от  $B$  до  $D$  вдвое больше расстояния от  $B$  до  $A$ .
8. Аня, Боря и Вася прошли один и тот же тест из 6 вопросов, на каждый из которых можно ответить "да" или "нет". Аня ответила "нет", "нет", "да", "да", "да", "да". Боря ответил "да", "нет", "нет", "да", "да", "да". Наконец, Вася ответил "нет", "да", "нет", "нет", "нет", "нет". Оказалось, что у Ани два неверных ответа, а у Бори только два верных. Сколько верных ответов у Васи?
9. В каждой клетке доски  $10 \times 10$  стоит по фишке одного из 50 цветов, по две фишки каждого цвета. Могло ли так оказаться, что любые две одноцветные фишки стоят в противоположных углах квадрата  $4 \times 4$ ?