

ЧАСТНОЕ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«РЖД ЛИЦЕЙ № 14»

Принято на заседании
педагогического совета
«30» августа 2023 г.
Протокол № 1

Утверждено
приказом директора «РЖД лицея № 14»
от «30» августа 2023 г. № 121-ОД

Дополнительная общеразвивающая программа
«Задачи повышенной сложности по алгебре и началам анализа»
для обучающихся 11 класса
Направленность: естественно-научная

Срок реализации программы: 1 год

Составитель программы: Черноволенко Л.Н., учитель математики, высшая квалификационная категория

г. Иркутск
2023-2024 учебный год



Программа содержит:

- Титульный лист (название программы)
- Пояснительная записка
- Организационно-педагогические условия реализации
- Учебный план
- Содержание изучаемого курса программы
- Календарный учебный график
- Система и критерии оценок (оценочные материалы)
- Кадровое обеспечение программы
- Методическое обеспечение
- Учебно-тематический план
- Приложение (методические материалы)

Раздел 2. Пояснительная записка

Дополнительная общеразвивающая программа «Задачи повышенной сложности по алгебре и началам анализа» естественнонаучной направленности на 2023-2024 учебный год предназначена для обучающихся 11 классов и направлена на развитие творческих способностей обучающихся, удовлетворение их индивидуальных потребностей в интеллектуальном, общекультурном совершенствовании.

Дополнительная общеразвивающая программа содержит организационно-педагогические условия реализации программы, учебный план, содержание изучаемого курса программы, календарный учебный график, оценочные материалы, кадровое обеспечение программы, методическое обеспечение, условия реализации программы.

Обучение по дополнительной общеразвивающей программе осуществляется на основе учебного плана, разрабатываемого РЖД лицеем № 14 в соответствии с примерным учебным планом, календарным учебным графиком и регламентируется расписанием занятий, утвержденным приказом директора.

Календарный учебный график отражает сроки начала и окончания обучения. В расписании учебных занятий отражается продолжительность учебного занятия, время начала и окончания уроков.

По итогам освоения дополнительной общеразвивающей программы проводится промежуточная аттестация в письменной (тестовой) форме во время учебных занятий.

Дополнительная общеразвивающая программа рассчитана на восьмимесячный срок реализации, форма обучения – очная, групповая.

Обучение проводится с 01 октября 2023 года по 30 мая 2024 года в помещении РЖД лицея № 14 из расчета 26 учебных недель.

Количество учебных часов, на которые рассчитана программа:



Количество учебных недель	26
Количество часов в неделю	1
Количество часов в год	26

Структура дополнительной общеразвивающей программы разработана в соответствии с:

- Федеральным законом от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
- Концепция развития дополнительного образования детей до 2030 года (утверждена распоряжением Правительства Российской Федерации от 31.03.2022 г. №678-р.);
- Распоряжение Правительства РФ от 29.05.2015 № 996-р «Об утверждении Стратегии развития воспитания в РФ в период до 2025 года»;
- Приказ Министерства просвещения РФ от 27 июля 2022 г. N 629 “Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по дополнительным общеобразовательным программам”;
- Федеральный проект «Успех каждого ребёнка», утверждён протоколом заседания проектного комитета по национальному проекту «Образование» от 07.12.2018г. №3;
- Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации, Постановление Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека, главного государственного санитарного врача РФ от 28.09.2020 г. №28 «Об утверждении санитарных правил СП 2.4.3648-20 «Санитарно-эпидемиологические требования к организациям воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи»
- Постановление Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 28.01.2021 № 2 «Об утверждении санитарных правил и норм СанПиН 1.2.3685-21 «Гигиенические нормативы и требования к обеспечению безопасности и (или) безвредности для человека факторов среды обитания» (рзд.VI. Гигиенические нормативы по устройству, содержанию и режиму работы организаций воспитания и обучения, отдыха и оздоровления детей и молодежи)».
- Письмом Министерства образования и науки Российской Федерации от 18 ноября 2015 года № 09-3242 «О направлении информации». Методическими рекомендациями по проектированию дополнительных общеразвивающих программ (включая разноуровневые программы);
- Письмом службы по контролю и надзору в сфере образования Иркутской области от 14 апреля 2015 года № 75-37-0768/15 «О структуре и содержании дополнительных общеразвивающих программ»;
- Методическими рекомендациями по разработке и оформлению дополнительных общеразвивающих программ в организациях, осуществляющих образовательную деятельность в Иркутской области – письмо Министерства образования Иркутской области от 08.11.2016 г. №02-55-11252116;

Локальными нормативно-правовыми актами.

- Уставом Частного общеобразовательного учреждения «РЖД лицей № 14»;
- Положением о дополнительной общеразвивающей программе Частного общеобразовательного учреждения «РЖД лицей № 14».

Образовательная деятельность по дополнительным общеразвивающим программам направлена на:



- обеспечение духовно-нравственного, гражданско-патриотического воспитания обучающихся;
- удовлетворение индивидуальных потребностей обучающихся в интеллектуальном, нравственном, художественно-эстетическом развитии и физическом совершенствовании;
- формирование культуры здорового и безопасного образа жизни, укрепление здоровья, а также на организацию свободного времени обучающихся;
- адаптацию обучающихся к жизни в обществе;
- профессиональную ориентацию обучающихся;
- выявление, развитие и поддержку обучающихся, проявивших выдающиеся способности;
- удовлетворение иных образовательных потребностей и интересов обучающихся, не противоречащих законодательству Российской Федерации, осуществляемых за пределами федеральных государственных образовательных стандартов и федеральных государственных требований.

Направленность дополнительной общеразвивающей программы - естественно-научная.

Уровень освоения программы - базовый.

Целью данной программы является расширение и углубление знаний по математике по программному материалу.

Задачи программы:

- развить и укрепить имеющиеся навыки, освоить ранее неизвестные учащимся приёмы и методы решения уравнений и неравенств.
- подготовить учащихся к ЕГЭ и дальнейшему обучению в других учебных заведениях.
- вызвать интерес к изучаемой теме.
- развивать исследовательскую деятельность школьников.

Планируемые результаты обучения

обучающиеся должны знать/понимать:

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- идеи расширения числовых множеств как способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира.

Учащиеся должны уметь:



- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;
- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;
- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;
- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;
- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;
- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;
- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;
- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;
- решать задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;
- вычислять площадь криволинейной трапеции;
- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений;
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной;
- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять, в простейших случаях, вероятности событий на основе подсчета числа исходов.

Раздел 3. Организационно-педагогические условия реализации

Язык реализации программы: в соответствии со ст.14 Федерального закона от 29 декабря 2012 года № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» образовательная деятельность осуществляется на государственном языке РФ.

Адресат программы

Программа предназначена для обучающихся 11 классов.

Программа рассчитана на 8 учебных месяцев.

Возраст детей, участвующих в реализации данной образовательной программы 17-18 лет.

Состав группы - постоянный.

Форма обучения-очная (возможна дистанционная в соответствии с эпидемиологической обстановкой).

Особенности организации образовательного процесса

Набор детей в объединение – свободный. Программа объединения предусматривает индивидуальные, групповые и традиционные занятия.



Формы проведения занятий:

- урок усвоения знаний, умений, навыков;
- урок закрепления знаний, умений, навыков.

Режим занятий

1 час в неделю.

Условия реализации программы

Объем программы - общее количество учебных часов, необходимых для освоения программы (всего 26 часов).

Материально-технические условия

- Наличие учебного кабинета;
- Компьютер, проектор;
- Принтер для распечатывания материала.

Раздел 4. Комплекс организационно-педагогических условий**Учебный план**

№	Тема	Кол-во часов
1.	Графические методы решения задач	4
2.	Функционально-графические методы решения задач с параметрами	6
3.	Практико-ориентированные задачи	5
4.	Уравнения и неравенства	4
5.	Задачи о банковских вкладах и кредитах	5
6.	Промежуточная аттестация в форме теста	2
	ИТОГО:	26 часов

Содержание изучаемого курса программы**Вводное занятие.****Раздел 1. Графические методы решения задач.**

Чтение графиков и диаграмм, содержащих статистические (реальные) данные. Применение графиков функций для описания их свойств. Применение свойства периодичности для вычисления значений выражения и построения графиков функций, заданных на некотором промежутке. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем. Поиск значения производной по графику функции и изображенной касательной. Нахождение интервалов монотонности, наибольшего(наименьшего) значения функции, точек экстремума по графику производной

Раздел 2. Функционально-графические методы решения задач с параметрами.

Координатная плоскость xOy , (параллельный перенос вдоль оси Ox , Oy , поворот, гомотетия). Координатная плоскость aOx (метод областей).

Раздел 3. Функционально-графические методы решения задач с параметрами.

Раздел 4. Практико-ориентированные задачи.

Задачи с практическим содержанием. Задания на анализ практической ситуации. Решение физических задач на нахождение скорости или ускорения движения.

Раздел 5. Уравнения и неравенства.

Обобщенный метод интервалов для решения неравенств. Нестандартные задачи (метод мини-максов; дискриминантный метод; метод отделяющих констант; метод тригонометрической подстановки; симметрия алгебраических выражений).

Раздел 6. Задачи о банковских вкладах и кредитах.

Решение задач по формуле сложных процентов. Решение задач с применением свойства степеней. Решение задач с использованием формул суммы геометрической и арифметической прогрессии. Решение задач с помощью методов математического анализа.

Раздел 7. Промежуточная аттестация в форме теста.

Календарный учебный график

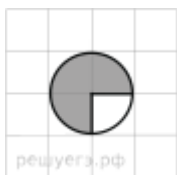
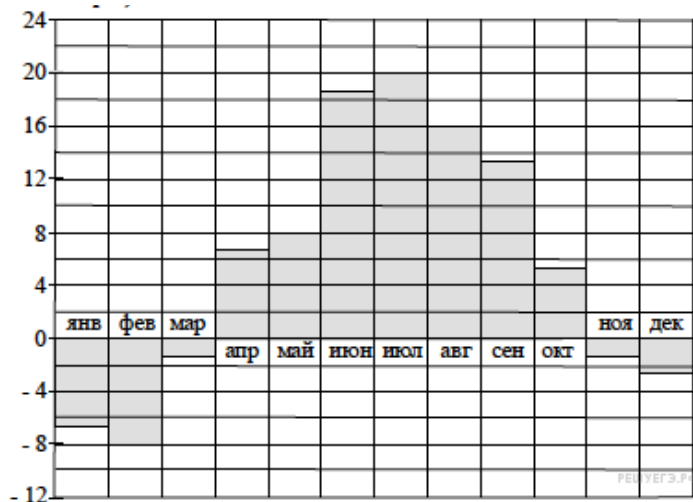
	Название учебной дисциплины	Часов в неделю	Количество учебных часов по месяцам							Всего часов	
			октябрь	ноябрь	декабрь	январь	февраль	март	апрель		май
1.	Задачи повышенной сложности по алгебре и началам анализа	1	3	4	4	3	4	3	3	2	26

Система и критерии оценок (оценочные материалы)

1. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 49 миль в час? Считайте, что 1 миля равна 1609 м. Ответ округлите до целого числа.

2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Санкт-Петербурге за каждый месяц 1999 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, в каком месяце среднемесячная температура впервые превысила 16°C . В ответе запишите номер месяца. (Например, ответ 1 обозначает январь.)





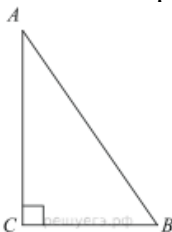
3.

На клетчатой бумаге с размером клетки $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см \times $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ см изображён круг. Найдите площадь закрашенного сектора.

Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

4. В сборнике билетов по истории всего 25 билетов, в 5 из них встречается вопрос по теме "Александр Второй". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопроса по теме "Александр Второй".

5. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-13} = 3$.

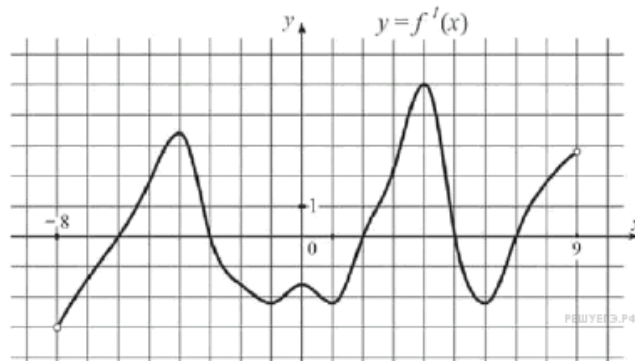


6.

В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{\sqrt{5}}{5}$, $BC = 5$. Найдите AC .

7. На рисунке изображён график производной $y = f'(x)$ функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 9)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4; 8]$.





8.

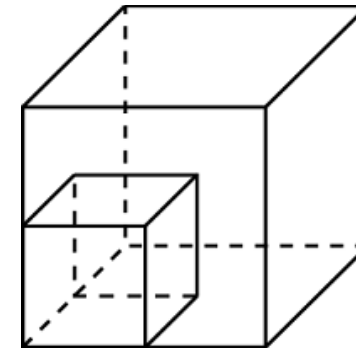
Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в два

$$\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}.$$

9. Найдите значение выражения

$$\sin 22^\circ$$

10. Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно



раза?

наматывает

$$\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$$

кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$, где t — время в минутах, $\omega = 20^\circ/\text{мин}$ — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta = 4^\circ/\text{мин}^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки φ достигнет 1200° . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

11.

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 1%, а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 9x - \ln(9x) + 3$ на отрезке $\left[\frac{1}{18}; \frac{5}{18}\right]$.

$$\frac{26 \cos^2 x - 23 \cos x + 5}{13 \sin x - 12} = 0.$$

13. Решите уравнение

$$13 \sin x - 12$$

14. В правильной треугольной призме $ABC A_1 B_1 C_1$ боковое ребро равно $8\sqrt{3}$, а ребро основания равно 1. Точка D — середина ребра BB_1 . Найдите объём пятигранника $ABCA_1 D$.

15. Решите неравенство: $9^x - 31 \cdot 3^x + 108 \leq 0$.



16. В параллелограмме $ABCD$ известны стороны $AB = a$, $BC = b$ и $\angle BAD = \alpha$. Найдите расстояние между центрами окружностей, описанных около треугольников BCD и DAB .

17. Пенсионный фонд владеет акциями, цена которых к концу года t становится равной t^2 тыс. руб. (т. е. к концу первого года они стоят 1 тыс. руб., к концу второго — 4 тыс. руб. и т. д.), в течение 20 лет. В конце любого года можно продать акции по их рыночной цене на конец года и положить вырученные деньги в банк под 25% годовых. В конце какого года нужно продать акции, чтобы прибыль была максимальной?

$$\begin{cases} \frac{x - ax - a}{x + 2a - 2} \geq 0, \\ x - ax > 8 \end{cases}$$

18. Найдите все значения a при каждом из которых система не имеет решений.

19. Найдите все пары натуральных чисел m и n , являющиеся решениями уравнения $3^n - 2^m = 1$.

Кадровое обеспечение программы

Для реализации программы предусмотрен специалист - педагог с уровнем образования соответствующем требованиям «Профессионального стандарта».

Методическое обеспечение

Занятия по программе предполагают применение следующих технологий:

Технология проблемного обучения

Технология проблемного обучения предполагает организацию под руководством учителя самостоятельной поисковой деятельности учащихся по решению учебных проблем, в ходе которых у учащихся формируются новые знания, умения и навыки, развиваются способности, познавательная активность, любознательность, эрудиция, творческое мышление и другие личностно значимые качества.

Проблемная ситуация в обучении имеет обучающую ценность только тогда, когда предлагаемое ученику проблемное задание соответствует его интеллектуальным возможностям, способствует пробуждению у обучающихся желания выйти из этой ситуации, снять возникшее противоречие.

Здоровьесберегающие технологии.

При данной технологии необходимо соблюдение санитарно-гигиенических требований (свежий воздух, оптимальный тепловой режим, хорошая освещенность, чистота), правил техники безопасности; четкая организация учебного труда; включение в урок технологических приемов и методов, способствующих самопознанию, самооценке учащихся.

Урок необходимо строить с учетом работоспособности учащихся; также учитывать индивидуальный подход к учащимся с учетом личностных возможностей. Важен благоприятный психологический климат, ситуации успеха и эмоциональные разрядки. Учителю нужно формировать внешнюю и внутреннюю мотивацию деятельности учащихся. Для обучающихся 4х классов необходимо выделять время для проведения физкультминуток и динамических пауз на уроках.

Традиционные технологии (классно-урочная система)



Для этой технологии характерно наличие обучающихся приблизительно одного возраста и уровня подготовки составляют группу, которая сохраняет в основном постоянный состав на весь период обучения; основной единицей занятий является урок. Урок посвящен одному учебному предмету, теме, в силу чего обучающиеся группы работают над одним и тем же материалом. Работой обучающихся на уроке руководит учитель: он оценивает результаты учебы по своему предмету, уровень обученности каждого ученика в отдельности.

По своему характеру цели традиционного обучения представляют воспитание личности с заданными свойствами. По содержанию цели ориентированы преимущественно на усвоение знаний, умений и навыков.

Гуманно-личностная технология

Гуманно-личностные технологии отличаются, прежде всего, своей гуманистической сущностью, психотерапевтической направленностью на поддержку личности, помощь ей. Они, отвергая принуждение, "исповедают" идеи всестороннего уважения и любви к ребенку, оптимистическую веру в его творческие силы

Технология сотрудничества

Технологии сотрудничества реализуют демократизм, равенство, партнерство в субъектных отношениях педагога и ребенка. Учитель и обучающиеся совместно вырабатывают цели, содержание занятия, дают оценки, находясь в состоянии сотрудничества, сотворчества.

Учебно-тематический план

№	Темы	Количество часов
1	Вводное занятие	1
	Графические методы решения задач	4
2	Чтение графиков и диаграмм, содержащих статистические (реальные) данные. Применение графиков функций для описания их свойств	1
3	Применение свойства периодичности для вычисления значений выражения и построения графиков функций, заданных на некотором промежутке	1
4	Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем. Поиск значения производной по графику функции и изображенной касательной.	1
5	Нахождение интервалов монотонности, наибольшего (наименьшего) значения функции, точек экстремума по графику производной	1
	Функционально-графические методы решения задач с параметрами	4
6	Координатная плоскость xOy , (параллельный перенос вдоль оси Ox , Oy , поворот, гомотетия).	1
7	Координатная плоскость xOy , (параллельный перенос вдоль оси Ox , Oy , поворот, гомотетия).	1
8	Координатная плоскость aOx (метод областей).	1
9	Координатная плоскость aOx (метод областей).	1
	Функционально-графические методы решения задач с параметрами	3
10	Решение с одной переменной	1



11	Решение уравнений с параметром	1
12	Решение уравнений с параметром графическим методом	1
	Практико-ориентированные задачи	4
13	Задачи с практическим содержанием	1
14	Задания на анализ практической ситуации	1
15	Решение физических задач на нахождение скорости или ускорения движения.	1
16	Решение физических задач на нахождение скорости или ускорения движения.	1
	Уравнения и неравенства	4
17	Обобщенный метод интервалов для решения неравенств	1
18	Нестандартные задачи (метод мини-максов; дискриминантный метод).	1
19	Нестандартные задачи (метод отделяющих констант; метод тригонометрической подстановки).	1
20	Нестандартные задачи (симметрия алгебраических выражений).	1
	Задачи о банковских вкладах и кредитах	5
21	Решение задач по формуле сложных процентов	1
22	Решение задач с применением свойства степеней	1
23	Решение задач с использованием формул суммы геометрической прогрессии.	1
24	Решение задач с использованием формул суммы арифметической прогрессии.	1
25	Решение задач с помощью методов математического анализа	1
26	Промежуточная аттестация в виде итогового теста	1

Раздел 5. Приложения

Методические материалы.

Чтение графика функции

В нашей жизни графики встречаются довольно часто, взять хотя бы прогноз погоды, который представляется в виде графика изменения каких-либо показателей, например, температуры или силы ветра с течением времени. Мы не задумываемся, когда считываем этот график, хотя это, возможно, первое чтение графика в нашей жизни. Также можно привести пример графика изменения курсов валют с течением времени и множество других примеров.

Итак, первый график, который мы рассмотрим.



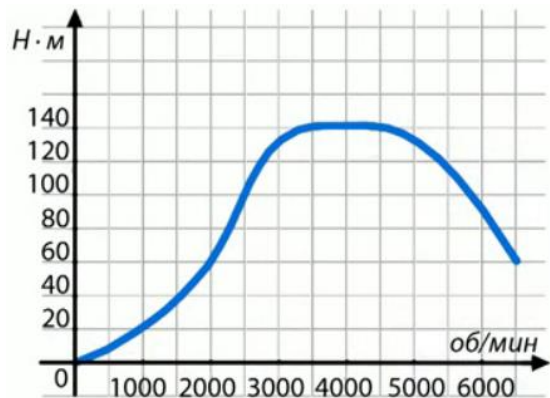


Рис. 1. Иллюстрация графика 1

Как видно, график имеет 2 оси. Ось, смотрящая вправо (горизонтальная), называется осью **оx (ось абсцисс)**. Ось, смотрящая вверх (вертикальная), называется осью **оy (ось ординат)**.

Для начала разберем ось **оx**. На данном графике по этой оси отложены число оборотов в минуту у некоторого автомобильного двигателя. Оно может быть равно **0, 1000, 2000, 3000** и т. д. На этой оси также есть деления, часть из них обозначена цифрами, часть из них является промежуточными и не обозначена. Несложно догадаться, что первое деление от нуля – это **500**, третье – **1500** и т. д.

Теперь разберем ось **оy**. На данном графике по этой оси отложены числовые значения величины Ньютон на метр (**Н * м**), величины крутящего момента, которые равны **20, 40, 60** и т. д. В данном случае, цена деления равна **20 Н * м**.

Теперь обратимся к самой функции (к той линии, которая представлена на графике). Как видно, эта линия отражает, сколько Ньютон на метр, то есть какой крутящий момент, будет при конкретном значении оборотов двигателя в минуту. Если мы возьмем значение 1000 об./мин. и от этой точки на графике пойдем влево, то мы увидим, что линия проходит через точку 20, т. е. значение крутящего момента при 1000 об/мин будет равно **20 Н * м** (рисунок 2.2).

Если мы возьмем значение 2000 об/мин, то линия пройдет уже в точке **60 Н * м** (рисунок 2.2).



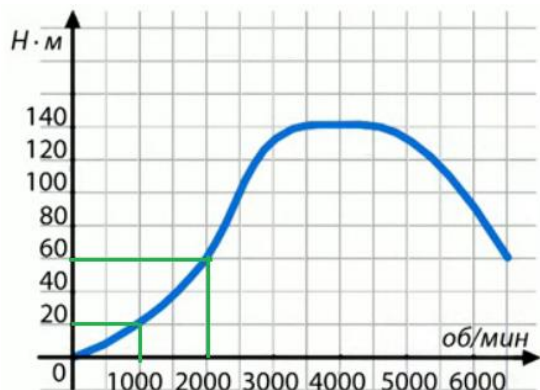


Рис. 2. Определение крутящего момента по количеству оборотов в минуту

2. Понятие максимального и минимального значения, методика нахождения максимального и минимального значения функции по графику

Теперь представим, что наша задача – найти наибольшее значение по этому графику. Ищем самую высокую точку ($140 \text{ Н} \cdot \text{м}$), соответственно, самым низким значением крутящего момента в этом графике будет считаться 0. Чтобы найти наибольшее значение функции по графику, нужно рассмотреть самое большое значение, которое достигает функция по вертикальной оси. Мы смотрим, какое значение выше всех, и смотрим по вертикальной оси, какое будет самое большое достигающееся число. Если же мы говорим о наименьшем значении, то мы берем, наоборот, самую низкую точку и смотрим её значение по вертикальной оси.

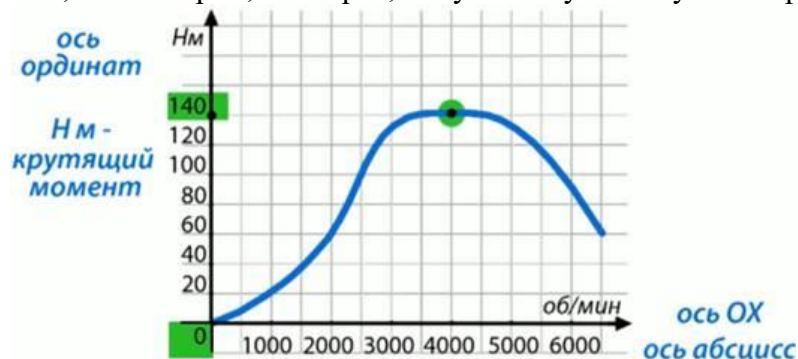


Рис. 3. Наибольшее и наименьшее значение функции по графику

Наибольшее значение в данном случае – $140 \text{ Н} \cdot \text{м}$, а наименьшее значение, соответственно, 0. Важно не перепутать и указать правильно максимальное значение, некоторые указывают максимальное значение 4000 об/мин., это не наибольшее значение, а та точка, в которой принимается наибольшее значение (точка максимума), наибольшее значение – именно $140 \text{ Н} \cdot \text{м}$.



Также следует обращать внимание на вертикальную ось, ее единицы измерения, то есть, например, если вместо Ньютонов на метр ($\text{Н} \cdot \text{м}$) было бы указано сотни Ньютонов на метр ($10^2 \text{Н} \cdot \text{м}$), значение максимума нужно было бы умножить на сто и т. д. Наибольшее и наименьшее значение функции очень тесно связаны с производной функции.

3. Дополнительные сведения о производной функции

Если на рассматриваемом отрезке функция возрастает, то производная функции на этом отрезке положительна либо равна нулю в конечном количестве точек, чаще всего просто положительна. Аналогично, если на рассматриваемом отрезке функция убывает, то производная функции на этом отрезке отрицательна либо равна нулю в конечном количестве точек. Обратное утверждение в обоих случаях верно.

4. Решение примеров с наличием ограничения по оси OX

В следующем примере возникают некоторые трудности, связанные с ограничением по горизонтальной оси OX . Необходимо найти наибольшее и наименьшее значение на указанном отрезке.

На графике изображено изменение температуры с течением времени. По горизонтальной оси мы видим время и дни, а по вертикальной оси – температуру. Необходимо определить наибольшую температуру воздуха на 22 января, т. е. нам нужно рассматривать не весь график, а часть, касающуюся 22 января, т. е. от 00:00 22 января до 00:00 23 января.

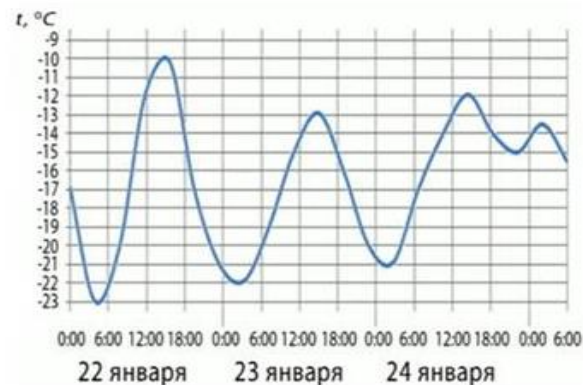


Рис. 4. График изменения температуры

Ограничив график, нам становится очевидным, что максимальная температура соответствует точке -10° .

5. Дополнительный пример, задача из ЕГЭ

Дополнительный пример: определить наибольшую температуру воздуха 13 июля.

Задан график изменения температуры за трое суток. По оси OX – время дня и числа месяца, по оси OY – значение температуры воздуха в градусах Цельсия.

Нам нужно рассматривать не весь график, а часть, касающуюся 13 июля, т. е. от 00:00 13 июля до 00:00 14 июля.



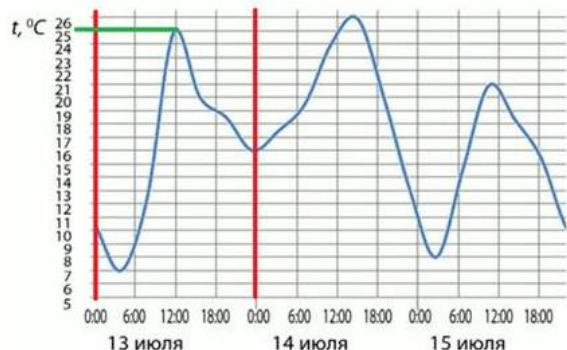


Рис. 5. Иллюстрация к дополнительному примеру

Если не ввести описанные выше ограничение, можно получить неверный ответ, но на заданном интервале максимальное значение очевидно: **25°C**, и достигается оно в 12:00 13 июля.

6. Решение других примеров на чтение графика функции

Пример 3: определить, какого числа впервые выпало пять миллиметров осадков:

На графике изображено суточное количество осадков в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали откладываются дни месяца, по вертикали – количество осадков в миллиметрах.

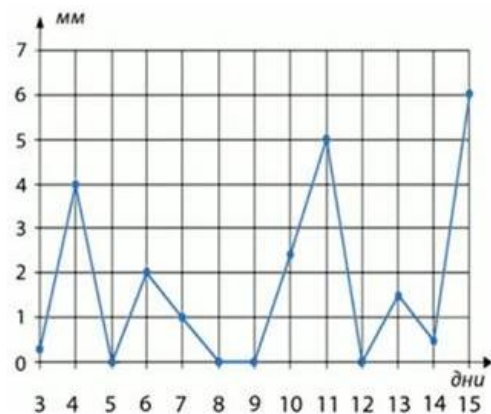


Рис. 6. Суточное выпадение осадков

Начнем по порядку. 3-го числа, мы видим, выпало чуть больше 0, но меньше 1 мм. осадков, 4-го числа выпало 4 мм осадков, и т. д. Впервые цифра 5 появляется на 11-ый день. Для удобства можно было виртуально провести прямую линию напротив пятерки, впервые она пересечет график именно 11 февраля, это и является правильным ответом.



Пример 4: определить, какого числа цена унции золота была наименьшей

На графике показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов на каждый день с 5 по 28 марта 1996 года. По горизонтали откладываются дни месяца, по вертикали, соответственно, цена унции золота в долларах США.

Линии между точками проведены только для наглядности, информацию несут исключительно сами точки.

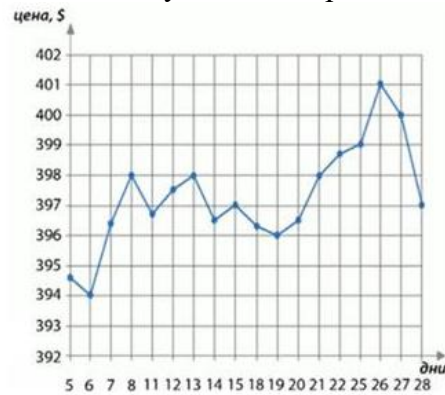
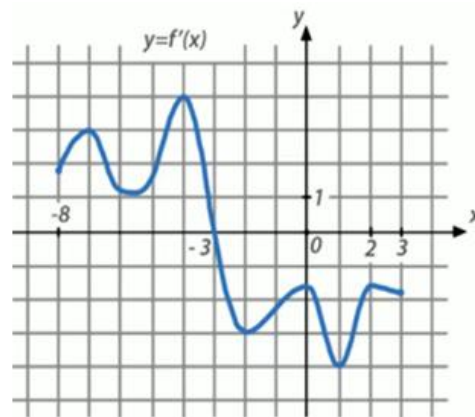


Рис. 7. График изменения цены золота на бирже

7. Решение дополнительного примера

Дополнительный пример: определить, в какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение:



На графике задана производная $f'(x)$ некоторой функции $f(x)$.

Производная определена на отрезке $[-8; 3]$

Как видно, производная функции на заданном отрезке $[-3; 2]$ является отрицательной, в левой граничной точке равна нулю. Как мы знаем, если производная функции отрицательная, то функция на рассматриваемом промежутке убывает, следовательно, наша функция убывает на всём рассматриваемом отрезке $[-3; 2]$, в таком случае, наибольшее значение она принимает в самой левой границе. Ответ: точка -3 .



Итак, мы рассмотрели понятие графика функции, изучили, что такое оси на графике, как находить значение функции по графику, как находить наибольшее и наименьшее значение.

Рис. 8. Иллюстрация к дополнительному примеру





Документ подписан и передан через оператора ЭДО АО «ПФ «СКБ Контур»

Подписи отправителя:	Организация, сотрудник	Доверенность: рег. номер, период действия и статус	Сертификат: серийный номер, период действия	Дата и время подписания
 РЖД ЛИЦЕЙ № 14 Штепина Ольга Станиславовна, ДИРЕКТОР	 Не требуется для подписания	01D2BC250058B065B246A67D2619174D3A с 08.08.2023 05:07 по 08.11.2024 05:07 GMT+03:00	25.09.2023 04:14 GMT+03:00 Подпись соответствует файлу документа	